

Construction d'un banc de filtres pseudo-QMF non uniforme pour la recherche de meilleure base

Gilles GONON¹, Silvio MONTRÉSOR², Marc BAUDRY³

^{1,3}Laboratoire d'Informatique de l'Université du Maine

²Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613,
Université du Maine, 72085 Le Mans Cédex 9, France

Gilles.Gonon / Silvio.Montresor / Marc.Baudry@ium.univ-lemans.fr

Résumé – Dans le cadre du traitement des signaux audio (restauration, codage), il est intéressant de travailler sur des sous-bandes fréquentielles du signal. Dans des travaux précédents ont été proposées des extensions des bases dyadiques utilisées avec l'algorithme de choix de la meilleure base. Cet article présente une méthode simple pour construire le banc de filtres correspondant à ces nouvelles bases. Ces filtres réalisés à partir des filtres QMF permettent de générer le père de deux sous-bandes adjacentes mais provenant de pères différents dans la structure dyadique.

1 INTRODUCTION

L'algorithme du choix de la meilleure base permet de représenter un signal sur une base d'ondelettes de manière optimale au sens d'une fonction de coût, comme par exemple l'entropie de Shannon. Il est ainsi possible de trouver une partition de l'axe fréquentiel fournissant une analyse pertinente du signal au sens où l'on cherche à en isoler les différentes composantes fréquentielles.

Dans le cas des paquets d'ondelettes, la meilleure base est obtenue à partir d'une décomposition dyadique du signal. Cependant, il subsiste un problème se traduisant par l'introduction de ruptures artificielles générées par la structure de la décomposition [1]. Il est en effet impossible de réunir deux paquets de coefficients correspondant à des bandes de fréquences contiguës mais ne provenant pas du même père. La figure 1 montre quelles sont ces ruptures. En suivant les notations de la figure 1, le test entropique ne permet pas de réunir les nœuds (2, 1) et (2, 2). Cette rupture artificielle est la première due à la structure dyadique. Elle reste présente dans la suite de la décomposition et se répète à chaque niveau, à une échelle inférieure.

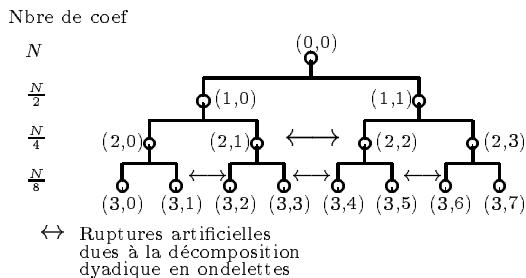


FIG. 1: Mise en évidence des ruptures non supprimées par les algorithmes de recherche de meilleure base

En faisant l'analogie de la transformée en ondelettes discrète avec une décomposition en sous-bandes par des filtres QMF, il est envisageable de trouver la sous-bande équivalente au père de deux nœuds provenant

normalement de deux pères différents dans l'analyse en ondelettes. Il faut pour cela considérer différemment le problème et ajouter un degré de liberté à l'analyse en sortant de la structure QMF des filtres utilisés, tout en conservant la propriété de reconstruction parfaite.

Le problème est donc maintenant celui de la construction d'un banc de filtre non uniforme à reconstruction parfaite.

La section 2 présente une manière simple de réaliser le banc de filtres permettant de retrouver le père des deux bandes centrales. La section 3 propose une méthode permettant l'analyse du signal en travaillant à échantillonnage critique. La section 4 donne un exemple de banc généré et les sous-bandes engendrées. Enfin la section 5 propose quelques perspectives de recherche et d'applications de la méthode.

2 CONSTRUCTION DU BANC DE FILTRES

Le banc de filtres permettant l'élimination de la rupture doit partitionner la bande fréquentielle suivant les intervalles $[0, \frac{\pi}{4}]$, $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ et $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$ (π correspondant ici à la fréquence de Nyquist). Dans cette partition de l'axe des pulsations, en nous référant à la figure 1, les sous-bandes $[0, \frac{\pi}{4}]$ et $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$ doivent correspondre respectivement aux coefficients relatifs aux nœuds (2, 0) et (2, 3) tandis que la bande $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ correspond au père des nœuds (2, 1) et (2, 2).

Le banc de filtres désiré doit garder les propriétés des filtres QMF, à savoir leurs réponses fréquentielles permettant d'obtenir la reconstruction parfaite du signal. Pour garder ces propriétés, la méthode utilisée consiste à sur-échantillonner les réponses des filtres QMF. Ceci vient du fait que pour passer à la profondeur inférieure, le signal est sous-échantillonné. La démarche utilisée consiste donc à sur-échantillonner les filtres plutôt que de sous-échantillonner le signal.

Les deux filtres obtenus par sur-échantillonnage vérifient aisément les propriétés de reconstruction parfaite compte tenu que le repliement est utilisé. Le filtre

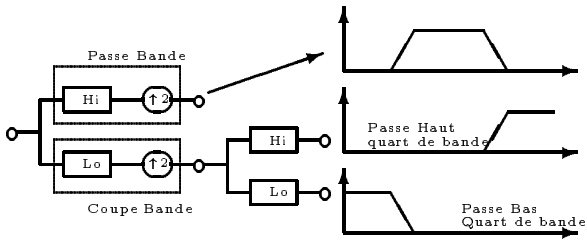


FIG. 2: Construction du banc de filtres par filtrage par les QMF

Le passe bas devient après sur-échantillonnage un filtre coupe bande. Sa bande passante est $[0; \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}; \pi]$. Le passe haut devient lui un passe bande couvrant la bande $[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}]$.

Le banc de filtres ainsi obtenu a bien l'allure souhaitée mais il reste à scinder le passe bas sur-échantillonné en deux filtres équivalents aux filtres passe bas et passe haut $\frac{1}{4}$ de bande. À cette fin, deux méthodes ont été envisagées:

- La première méthode consiste à moduler la version analytique du passe bande par $\pm \frac{\pi}{2}$. Les filtres obtenus par chacune de ces modulations complexes sont réels et correspondent aux deux filtres souhaités. Cette méthode, bien que cohérente avec la forme QMF du filtre passe haut ne fournit pas la reconstruction parfaite car elle ne tient compte que d'un des deux filtres QMF, le passe haut.
- La seconde méthode consiste tout simplement à filtrer le passe bas sur-échantillonné par les deux filtres QMF. Cela revient à faire en quelque sorte une opération d'interpolation et la division du filtre ainsi obtenue est garantie à reconstruction parfaite de par la nature des filtres QMF. Cette méthode, illustrée à la figure 2, reste cohérente avec la décomposition dyadique du signal car les seuls filtres utilisés sont les filtres QMF.

Nous conservons dans la suite le banc généré par la deuxième méthode. Par rapport à la décomposition en paquets d'ondelettes, le banc de filtres permettant de passer directement à la profondeur 2 est obtenu de manière très similaire, comme le montre la figure 3. Dans ce cas là, le passe haut sur-échantillonné est lui-même filtré par les deux QMF, donnant les sous-bandes correspondant aux nœuds (2, 1) et (2, 2). L'égalité des sous-bandes obtenues par les deux méthodes montre l'équivalence entre le banc de filtres généré et la décomposition en ondelettes. Le filtre passe-bande correspond ainsi bien au père des nœuds (2,1) et (2,2) de la transformée en ondelettes.

3 PROBLÈME DE L'ÉCHANTILLONNAGE CRITIQUE

Cette section présente les problèmes survenant lorsque l'on veut travailler à échantillonnage critique et

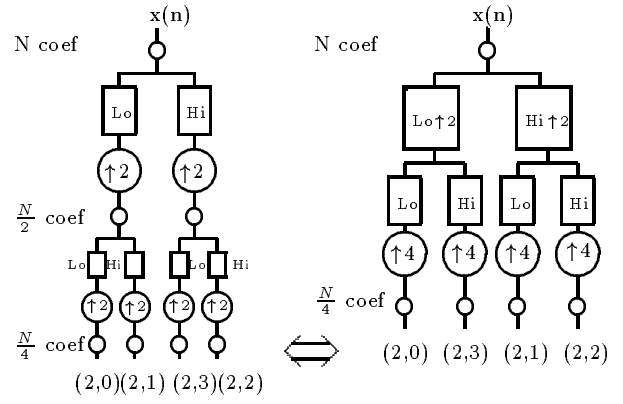


FIG. 3: Obtention du banc de filtres équivalent à la profondeur 2 de la décomposition en paquets d'ondelettes.

propose une solution pour le sous-échantillonnage de la sous-bande $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$.

Dans le domaine de la compression, il est important de travailler à échantillonnage critique pour ne pas introduire de redondance sur le signal lors de l'analyse. Ainsi chaque sous-bande va être analysée à sa résolution minimale, et le sous-échantillonnage se fait de sorte que le spectre des sous-bandes soit élargi à toute la bande $([0, \pi])$.

3.1 Nécessité de la modulation

Dans le cas des bancs de filtres uniformes, c'est-à-dire composés de filtres de même largeur fréquentielle, le sous-échantillonnage ne pose aucun problème. Prenons le cas général d'un banc de M -filtres partitionnant l'axe fréquentiel en M bandes $[\frac{k\pi}{M}, \frac{(k+1)\pi}{M}]$, $k = 0, \dots, M-1$, qui est le cas des décompositions dyadiques ($M = 2^D$). Après l'étape de sous-échantillonnage d'un facteur M les spectres des différentes sous-bandes occupent tout l'axe fréquentiel mais les spectres des bandes impaires se renversent et il faut donc leur appliquer l'opérateur Miroir $(-1)^n$.

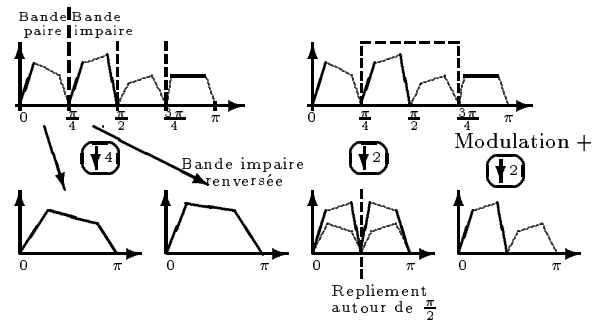


FIG. 4: Sous-échantillonnage pour un banc de filtres uniforme et pour la sous-bande du milieu du banc de filtres proposé.

Dans le cas du banc de filtres proposé ici, la réunion

des 2 sous-bandes d'un banc uniforme entraine que ce dernier n'est plus uniforme. Les sous-bandes $[0, \frac{\pi}{4}]$, et $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$ peuvent être sous-échantillonnées d'un facteur 4 sans problème. Par contre, le sous-échantillonnage de la sous-bande $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ n'est pas directement réalisable car une partie du spectre se replie sur elle-même. Il faut donc au préalable moduler cette sous-bande par $\frac{\pi}{4}$ pour la ramener dans l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$, après quoi elle peut être sous-échantillonnée d'un facteur 2. La figure 4 illustre les problèmes de l'échantillonnage critique liés au recouvrement et au renversement des sous-bandes impaires. Les résultats relatifs aux opérations de sur et sous-échantillonnage sont présentés dans [2] et [5].

3.2 Modulation de la sous-bande centrale

Une modulation fréquemment utilisée pour le codage est la modulation Single-Side Band, qui fournit des coefficients réels et n'introduit ainsi pas de redondance par passage au domaine complexe. Elle est présentée dans [2] et va permettre dans notre cas de sous-échantillonner la bande du centre d'un facteur 2.

La figure 5 illustre les chaînes de modulation et de démodulation. La modulation porte sur le signal filtré par le passe bande $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ et la sous-bande démodulée est synthétisée par le même filtre renversé.

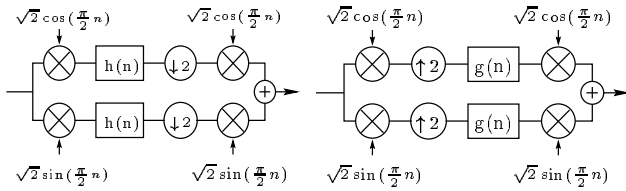


FIG. 5: Modulation Single Side Band de la bande du milieu et sous-échantillonnage critique

4 SIMULATIONS

4.1 Visualisation du banc de filtres

La figure 6 présente le banc de filtres réalisé à partir des filtres de Vaidyanathan [4]. Ces filtres permettent la reconstruction parfaite du signal, c'est-à-dire que le recouvrement généré aux étapes de sous et sur-échantillonnage - car les filtres ont des bandes de transition non nulles - s'annule à la synthèse. Les filtres de Vaidyanathan présentent l'avantage d'avoir des bandes de transition relativement étroites, ce qui présente un intérêt pour la séparation fréquentielle des sous-bandes. Ils sont de fait souvent utilisés pour les applications de compression de la parole par paquets d'ondelettes.

4.2 Décomposition d'un signal à échantillonnage critique

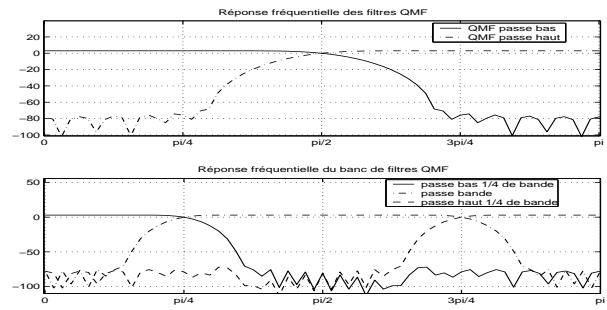


FIG. 6: Allure du banc de filtres construit à partir des filtres QMF de Vaidyanathan

Afin de mettre en évidence l'intérêt de la décomposition, nous montrons ici un exemple de signal pour lequel le choix de la meilleure base, avec comme fonction de coût l'entropie définie par Coifman et Wickerhauser dans [3], retient la bande du milieu.

4.2.1 Signal de simulation

Le signal de simulation est composé de trois sinus de fréquences respectives $\frac{\pi}{8}$, $\frac{4\pi}{9}$ et $\frac{10\pi}{12}$ auxquels nous avons ajouté un bruit coloré large bande $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$. Pour voir de plus la conservation du support temporel à la synthèse, les 3 sinus sont de longueurs différentes. Le premier est à support $[0, 3N/4]$, le second $[N/4, 3N/4]$ et le dernier $[N/4, N]$. La figure 7 montre le spectre du signal de simulation, son allure temporelle se retrouvant à la figure 8.

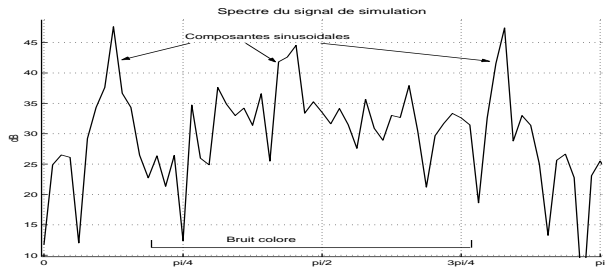


FIG. 7: Spectre du signal de simulation

4.2.2 Recherche de la meilleure base

La figure 8 montre les coefficients obtenus avec les deux méthodes lors de l'analyse critique. On voit ici bien que les coefficients relatifs aux sous-bandes (2,1) et (2,2) sont égaux pour les deux méthodes d'analyse. On dispose maintenant de trois pères pour les quatre sous bandes de la profondeur 2. Le test entropique doit donc choisir de regrouper, si nécessaire, la sous-bande d'entropie la plus faible parmi les trois. Dans toutes les réalisations de notre signal de simulation, l'entropie de la bande du centre est la plus faible et le test entropique regroupe systématiquement les bandes (2,1) et (2,2), ce qui n'est pas toujours le cas

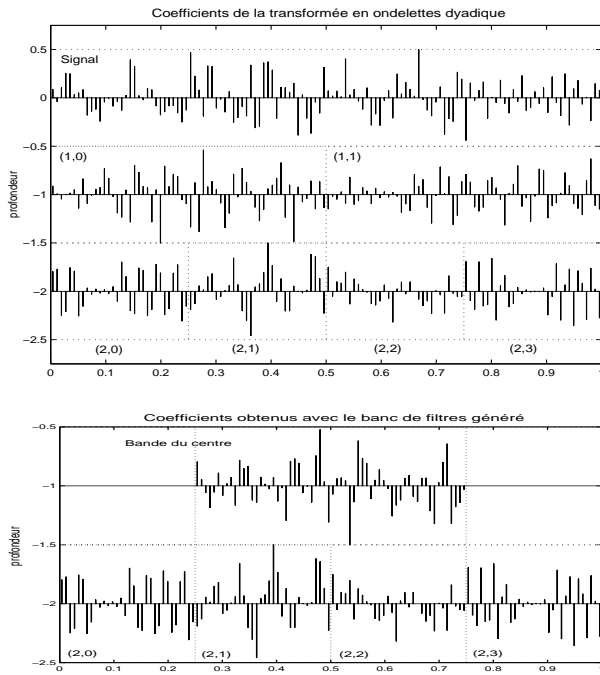


FIG. 8: Coefficients résultant de la décomposition dyadique en paquets d'ondelettes (en haut) et de la décomposition avec le banc de filtres généré (en bas).

des deux autres pères (l'entropie dépendant du bruit coloré). Les entropies des différentes sous-bandes, calculées d'après l'entropie de Wickerhauser et Coifman, sont données dans le tableau 1. Les valeurs à comparer sont encadrées.

TAB. 1: Valeurs des entropies des sous-bandes.

Sous-bande	Entropie	Somme
signal	4.1576	
(1,0)	2.3619	4.1356
(1,1)	1.7737 \oplus	
Bande du centre	1.5085	
(2,0)	1.2501	2.4746
(2,1)	1.2245	
(2,2)	0.56697	
(2,3)	1.1677	

Pour une décomposition dyadique en paquets d'ondelettes de profondeur D , il est nécessaire de calculer $2^{D+1} - 1$ sous-bandes conduisant à $2^D - 1$ tests entropiques. La méthode proposée ajoute $2^D - 1$ sous-bandes utilisées pour réaliser $2^{D-1} - 1$ tests entropiques supplémentaires. La complexité passe donc de 2^{D+1} à $3 * 2^D$.

La figure 9 montre les trois sous-bandes synthétisées. On retrouve les supports temporels des trois sinus, chacun se retrouvant dans une sous-bande différente. La première et la troisième sous-bandes ne sont quasiment pas bruitées, d'où l'intérêt d'une telle décomposition dans des applications comme la réduction

de bruit. Le signal de départ est reconstruit en sommant les trois sous-bandes synthétisées.

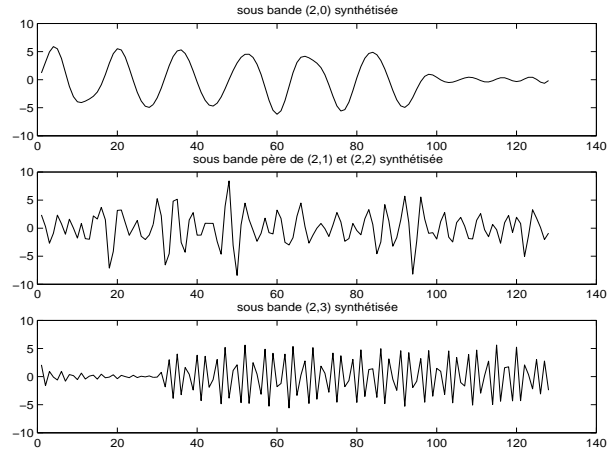


FIG. 9: Sous bandes issues du banc de filtres de synthèse.

5 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le banc de filtres généré permet une nouvelle décomposition du signal et présente l'avantage d'utiliser les outils des décompositions dyadiques, sous la forme des filtres QMF, tout en supprimant la première rupture dyadique due à ces dernières. Le test entropique consiste alors à conserver si besoin est la sous-bande d'entropie la plus faible entre la bande du centre et les sous-bandes issues de la décomposition dyadique.

Dans les applications telles que la réduction de bruit, il est important de disposer d'une structure d'analyse pouvant s'adapter au signal. Aussi la méthode proposée permet une meilleure adaptation que les paquets d'ondelettes au sens où elle ajoute un test par rapport à la décomposition dyadique. Nous envisageons donc maintenant d'appliquer cette analyse à la restauration d'enregistrements anciens.

Références

- [1] I. Abdallah, S. Monrèsor et M. Baudry, *Construction de banc de filtres non uniformes à partir des paquets d'ondelettes*. 16^e Colloque du GRETSI, 1997.
- [2] Ronald E. Crochiere et Lawrence R. Rabiner, *Multirate Digital Signal Processing*. Prentice-Hall Signal processing series, 1983.
- [3] R.R. Coifman et M.V. Wickerhauser *Entropy-based algorithms for best basis selection*. IEEE Transaction on Information Theory, Vol. 38(2), pp. 713-718, Mars 1992.
- [4] P. P. Vaidyanathan, *Multirate Systems and Filter Banks*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1993.
- [5] M. Vetterli et Jelena Kovačević, *Wavelets and Subband coding*. Prentice Hall, 1995.