

# Extension de la recherche de meilleure base pour la décomposition en paquets d'ondelettes. Application à l'analyse en sous-bandes de la parole

Gilles Gonon, Silvio Montresor, Marc Baudry

Laboratoire d'Informatique de l'Université du Maine  
Université du Maine, 72085 Le Mans Cédex 9, France

Mèl: Gilles.Gonon / Silvio.Montresor / Marc.Baudry@lium.univ-lemans.fr

## Abstract

In the audio signal processing area (coding or restoration), subband analysis shows to be an efficient tool. Extensions of the dyadic basis usually used in Best Basis search have been proposed in former work. This article review these extensions and presents an easy way to construct the filter bank associated with such basis. The filters, designed from any usual Quadrature Mirror Filters and preserving their reconstruction properties, allow to generate the father of two adjacent subbands not coming from the same father in the dyadic decomposition and thus to perform the entropic test between these subbands, which is not otherwise possible. We then apply this new Best Basis on a speech signal wavelet packet decomposition.

## 1. Introduction

L'algorithme du choix de la meilleure base permet de représenter un signal sur une base d'ondelettes de manière optimale au sens d'une fonction de coût, comme par exemple l'entropie de Shannon [eMW92]. Il est ainsi possible de trouver une partition de l'axe fréquentiel fournissant une analyse pertinente du signal au sens où l'on cherche à en isoler les différentes composantes fréquentielles.

Dans le cas des paquets d'ondelettes, la meilleure base est obtenue à partir d'une décomposition dyadique du signal. Cependant, il subsiste un problème se traduisant par l'introduction de ruptures artificielles générées par la structure de la décomposition [AMB97]. Il est en effet impossible de réunir deux paquets de coefficients correspondant à des bandes de fréquences contigües mais ne provenant pas du même père. La figure 1 montre quelles sont ces ruptures. En suivant les notations de la figure 1, le test entropique ne permet pas de réunir les nœuds (2, 1) et (2, 2). Cette rupture artificielle est la première due à la structure dyadique. Elle reste présente dans la suite de la décomposition et se répète à chaque niveau, à une échelle inférieure.

En faisant l'analogie de la transformée en paquets d'ondelettes discrète avec une décomposition en sous-bandes par des filtres QMF, il est envisageable de trouver la sous-bande équivalente au père de deux nœuds provenant normalement de deux pères différents dans la décomposition dyadique. Il faut pour cela considérer différemment le problème et ajouter un degré de liberté à l'analyse en sortant de la struc-

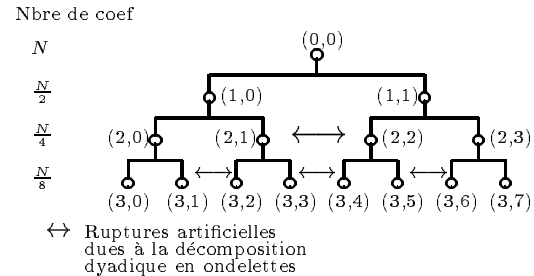


Figure 1: Mise en évidence des ruptures non supprimées par les algorithmes de recherche de meilleure base

ture QMF des filtres utilisés, tout en conservant la propriété de reconstruction parfaite.

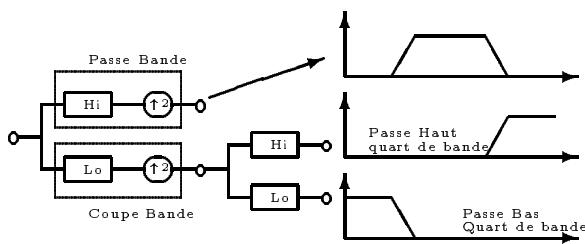
Le problème est donc maintenant celui de la construction d'un banc de filtre non-uniforme à reconstruction parfaite.

Le paragraphe 2 présente une méthode pour réaliser le banc de filtres permettant de retrouver le père des deux bandes centrales. Le paragraphe 3 propose une méthode permettant l'analyse du signal en travaillant à échantillonnage critique. Le paragraphe 4 donne un exemple de banc généré qui est alors appliqué à la recherche de meilleure base sur un signal de parole. Enfin le paragraphe 5 propose quelques perspectives de recherche et d'applications de la méthode.

## 2. Construction du banc de filtres

Le banc de filtres permettant l'élimination de la rupture doit partitionner la bande fréquentielle suivant les intervalles  $[0, \frac{\pi}{4}]$ ,  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  et  $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$  ( $\pi$  correspondant ici à la fréquence de Nyquist). Dans cette partition de l'axe des pulsations, en nous référant à la figure 1, les sous-bandes  $[0, \frac{\pi}{4}]$  et  $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$  doivent correspondre respectivement aux coefficients relatifs aux nœuds (2, 0) et (2, 3) tandis que la bande  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  correspond au père des nœuds (2, 1) et (2, 2).

Le banc de filtres désiré doit garder les propriétés des filtres QMF, à savoir leurs réponses fréquentielles permettant d'obtenir la reconstruction parfaite du signal. Pour garder ces propriétés, la méthode utilisée consiste à sur-échantillonner les réponses des filtres QMF. Ceci vient du fait que pour passer à la profondeur inférieure, le signal est sous-échantillonné. La démarche utilisée consiste donc à sur-échantillonner les filtres au



**Figure 2:** Construction du banc de filtres par filtrage par les QMF

lieu de sous-échantillonner le signal.

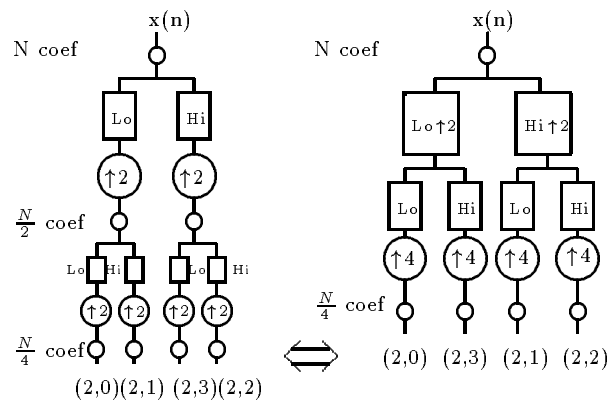
Les deux filtres obtenus par sur-échantillonnage vérifient aisément les propriétés de reconstruction parfaite puisque l'on ne fait qu'ajouter des zéros. Le filtre passe-bas devient après sur-échantillonnage un filtre *coupe-bande*. Sa bande passante est  $[0; \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}; \pi]$ . Le passe-haut devient lui un passe-bande couvrant la bande  $[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}]$ .

Le banc de filtres ainsi obtenu a bien l'allure souhaitée mais il reste à scinder le coupe-bande en deux filtres équivalents aux filtres passe-bas et passe-haut  $\frac{1}{4}$  de bande. À cette fin, deux méthodes sont proposées :

- La première méthode consiste à moduler la version analytique du passe-bande par  $\pm \frac{\pi}{2}$ . Les filtres obtenus par chacune de ces modulations complexes sont réels et correspondent aux deux filtres souhaités. Cette méthode, bien que cohérente avec la forme QMF du filtre passe-haut ne fournit pas la reconstruction parfaite lorsque l'on travaille à échantillonnage critique car elle ne tient compte que d'un des deux filtres QMF, le passe-haut. Elle présente l'avantage de générer 3 filtres de même longueur.
- La seconde méthode consiste à filtrer le passe-bas sur-échantillonné (coupe-bande) par les deux filtres QMF. La division du filtre ainsi obtenue est garantie à reconstruction parfaite de par la nature des filtres QMF. Cette méthode, illustrée à la figure 2, reste cohérente avec la décomposition dyadique du signal car les seuls filtres utilisés sont les filtres QMF.

Nous conservons dans la suite le banc généré par la deuxième méthode. Par rapport à la décomposition en paquets d'ondelettes, le banc de filtres permettant de passer directement à la profondeur 2 est obtenu de manière très similaire, comme le montre la figure 3. Dans ce cas là, le passe-haut sur-échantillonné est lui-même filtré par les deux QMF, donnant les sous-bandes correspondant aux nœuds (2, 1) et (2, 2). L'égalité des sous-bandes obtenues par les deux méthodes montre l'équivalence entre le banc de filtres généré et la décomposition en ondelettes. Le filtre passe-bande correspond ainsi au père des nœuds (2, 1) et (2, 2) de la transformée en ondelettes.

Nous allons maintenant présenter le cas de l'analyse à échantillonnage critique, intéressant pour les applications de codage en sous-bandes et de compression, pour lesquelles il ne doit pas y avoir d'augmentation



**Figure 3:** Obtention du banc de filtres équivalent à la profondeur 2 de la décomposition en paquets d'ondelettes.

du nombre de coefficients résultant de l'analyse.

### 3. Analyse à échantillonnage critique

Cette section présente les problèmes survenant lorsque l'on veut travailler à échantillonnage critique et propose une solution pour le sous-échantillonnage de la sous-bande  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ .

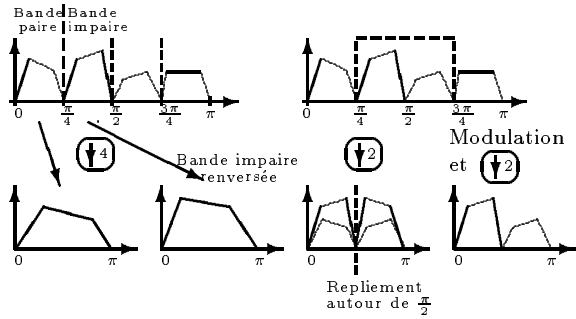
Le banc de filtres généré à la section précédente est un banc non-uniforme et le sous-échantillonnage de la bande du centre n'est pas directement possible car les conditions relatives au changement de fréquence d'échantillonnage (ou de résolution) ne sont pas remplies. Les résultats relatifs aux opérations de sur et sous-échantillonnage sont présentés dans [CR83] et [VK95].

#### 3.1. Nécessité de la modulation

Dans le domaine de la compression, il est important de travailler à échantillonnage critique pour ne pas introduire de redondance sur le signal lors de l'analyse. Ainsi chaque sous-bande va être analysée à sa résolution minimale, et le sous-échantillonnage se fait de sorte que le spectre des sous-bandes soit élargi à toute la bande  $([0, \pi])$ . Dans le cas des bancs de filtres uniformes, c'est-à-dire composés de filtres de même largeur fréquentielle, le sous-échantillonnage ne pose aucun problème. Prenons le cas général d'un banc de  $M$ -filtres partitionnant l'axe fréquentiel en  $M$  bandes  $[\frac{k\pi}{M}, \frac{(k+1)\pi}{M}]$ ,  $k = 0, \dots, M-1$ , qui est le cas des décompositions dyadiques ( $M = 2^D$ ). Après l'étape de sous-échantillonnage d'un facteur  $M$  les bandes paires s'élargissent à tout l'axe fréquentiel, les bandes impaires aussi mais leurs spectres se renversent et il faut donc leur appliquer l'opérateur Mirroir  $(-1)^n$ .

Dans le cas du banc de filtres proposé ici, la réunion des 2 sous-bandes d'un banc uniforme entraîne que ce dernier n'est plus uniforme. Aussi, les deux sous-bandes  $[0, \frac{\pi}{4}]$ , et  $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$  peuvent être sous-échantillonnées d'un facteur 4 sans problème. Par contre, pour la sous-bande  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ , le sous-échantillonnage n'est pas directement réalisable car dans ce cas là une partie du spectre se replie sur elle-même. Il faut donc au préalable moduler cette

sous-bande par  $\frac{\pi}{4}$  pour la ramener dans l'intervalle  $[0, \frac{\pi}{2}]$ , après quoi elle peut être sous-échantillonnée d'un facteur 2. La figure 4 illustre les problèmes de l'échantillonnage critique liés au recouvrement et au renversement des sous-bandes impaires.



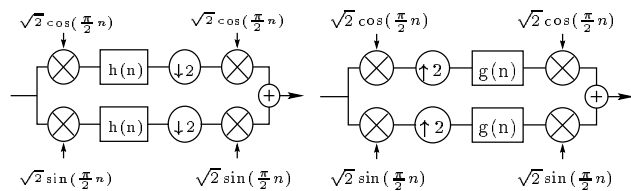
**Figure 4:** Sous-échantillonnage pour un banc de filtres uniforme et pour la sous-bande du centre du banc de filtres proposé.

### 3.2. Modulation de la sous-bande centrale

La modulation fréquemment utilisée pour le codage est la modulation Single-Side Band, qui fournit des coefficients réels et n'introduit ainsi pas de redondance par passage au domaine complexe. Elle est présentée dans [CR83] et va permettre dans notre cas de sous-échantillonner la bande du centre d'un facteur 2.

La figure 5 illustre les chaînes de modulation et de démodulation. La modulation porte sur le signal filtré par le passe-bande  $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$  et la sous-bande démodulée est synthétisée par le même filtre renversé.

Une fois la bande du centre modulée et sous-échantillonnée, il est possible de poursuivre sur cette sous-bande une décomposition dyadique classique ou de recommencer la décomposition présentée ici.

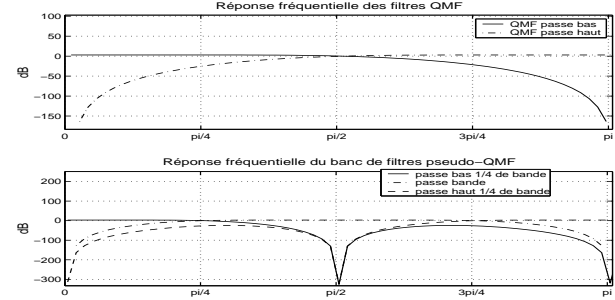


**Figure 5:** Modulation Single Side Band de la bande du centre et sous-échantillonnage critique

## 4. Simulations

### 4.1. Visualisation du banc de filtres

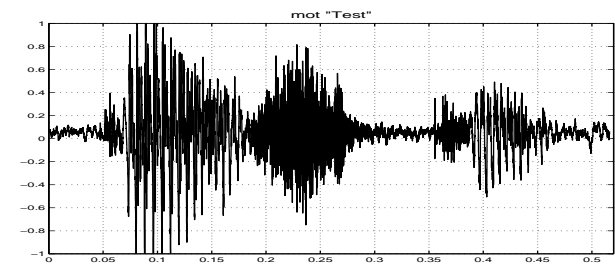
La figure 6 présente le banc de filtres QMF et le banc pseudo-QMF réalisés à partir des ondelettes "Symmlets". Ces ondelettes permettent la reconstruction parfaite du signal, c'est-à-dire que le recouvrement généré aux étapes de sous et sur-échantillonnage s'annule à la synthèse, car les filtres ont des bandes de transition non nulles. Les Symmlets présentent des propriétés intéressantes de régularités et de symétrie qui en font des ondelettes intéressantes pour la recherche de meilleure base.



**Figure 6:** Allure du banc de filtres construit à partir des filtres QMF issus des Symmlets

### 4.2. Recherche de la meilleure base appliquée à un signal de parole

Dans la décomposition en paquets d'ondelettes, la meilleure base est souvent recherchée avec un algorithme de type "bottom-up" consistant à comparer la somme des entropies de 2 nœuds fils avec celle de leur père et à garder l'étage donnant l'entropie la plus faible, en remontant l'arborescence jusqu'au signal initial (profondeur 0). Pour prendre en compte de la bande du centre, il faut introduire quelques modifications dans le test. Le test porte en effet non plus sur 2 pères mais sur 3. Il faut donc une condition supplémentaire permettant de retenir la bande centrale si besoin est. Ainsi la bande du centre sera retenue si son entropie est inférieure à l'entropie de la somme de ses fils d'une part, et si elle est inférieure à chacune des entropies des 2 frères adjacents issus de la décomposition dyadique d'autre part.



**Figure 7:** Allure temporelle du signal de simulation

Nous avons alors effectué un test comparatif des deux algorithmes sur le mot "test" à différentes fréquences d'échantillonnage (44.1kHz et 16kHz) et à différentes profondeurs de décomposition (4 et 8). Les figures 8 et 9 illustrent les résultats obtenus à la profondeur 4 pour les paquets d'ondelettes issus de la décomposition dyadique complétés par la bande centrale. La profondeur 8 étant difficilement représentable sur un graphique, le tableau 1 résume les principaux résultats.

tats.

Lorsque le signal est échantillonné à 44.1kHz, à la profondeur 4, la meilleure base dyadique obtenue est le dernier étage de la décomposition, tandis que le test sur la bande du centre permet de regrouper les nœuds (4,1) et (4,2), offrant une diminution de l'entropie de quelques pourcents. La figure 8 montre la meilleure base obtenue par les deux méthodes, ainsi que le gain entropique résultant du regroupement des nœuds (4,1) et (4,2). La figure 9 montre les entropies des différents paquets générés.

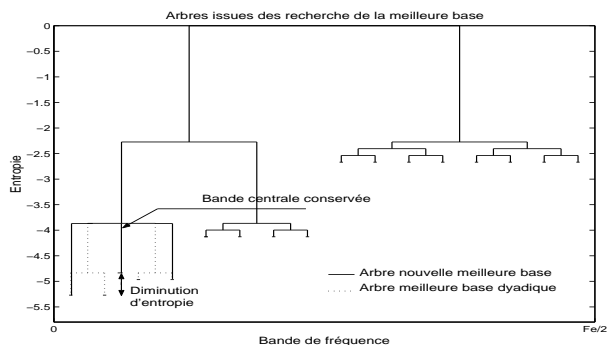


Figure 8: Meilleure base obtenue à la profondeur 4.

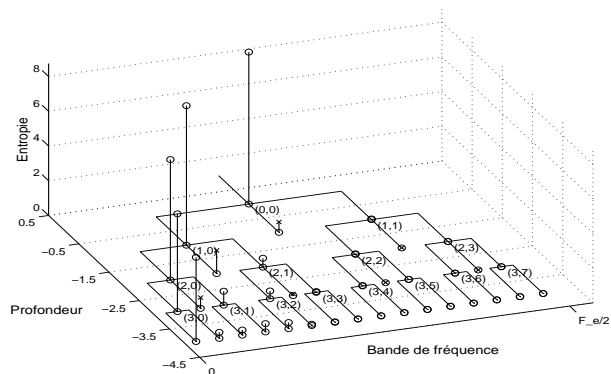


Figure 9: Valeurs des entropies des différents paquets d'ondelettes, et des bandes centrales générées.

Lorsque le signal est échantillonné à 16 kHz, la décomposition à la profondeur 4 choisit les nœuds (3,3) et (3,4) comme terminaux, nœuds qui correspondent à la même zone de fréquence que la bande centrale conservée dans le cas précédent, mais décalée par le sous-échantillonnage.

Pour une décomposition allant jusqu'à la profondeur 8, le tableau 1 montre le nombre de bandes centrales retenues comme nœuds terminaux aux différentes profondeurs après recherche de la meilleure base et le compare au nombre de sous bandes retenues dans la décomposition dyadique. Le nombre de sous-bandes centrales retenues n'est jamais négligeable devant le nombre de sous-bandes retenues par l'algorithme dyadique, ce qui justifie l'ajout du test en vue de la segmentation optimale au sens de la minimisation de l'entropie.

Table 1: Comparaison des nombres de nœuds terminaux conservés (mot "test"; décomposition de profondeur 8).

$F_e$	Profondeur	Bandes centrales	Bandes dyadiques
44.1kHz	7	9	80
	6	5	22
	5	1	7
	4	0	1
16kHz	7	14	50
	6	5	15
	5	3	5
	4	1	1
	3	0	1

## 5. Conclusion et perspectives

Le banc de filtres généré est construit à partir des filtres QMF et propose une nouvelle décomposition du signal permettant de tester des ruptures artificielles dues à la structure dyadique de la décomposition en paquets d'ondelettes. Le test entropique permettant de retenir la sous bande centrale générée vient s'ajouter au test usuel dans un algorithme de type "bottom-up", en retenant la sous-bande centrale si son entropie est inférieure à celles de ces frères dyadiques adjacents ainsi qu'à la somme de ces deux fils. Les résultats obtenus montrent que l'ajout d'un test dans la recherche de meilleure base permet d'améliorer la segmentation du signal au sens de la minimisation de l'entropie du signal.

Dans de nombreuses applications audios telles que le codage de la parole en bande large, il est important de disposer d'une structure d'analyse pouvant s'adapter au signal. Aussi la méthode proposée permet une meilleure adaptation que les paquets d'ondelettes au sens où elle ajoute un test par rapport à la décomposition dyadique. Nous envisageons donc maintenant d'appliquer cette analyse au codage de la parole en bande élargie ou de la musique.

## Bibliographie

- [AMB97] Imad Abdallah, Silvio Montrésor, and Marc Baudry. Construction de banc de filtres non uniformes à partir des paquets d'ondelettes. *16<sup>e</sup> Colloque du GRETSI*, 1997.
- [CR83] Ronald Crochiere and Lawrence Rabiner. *Multirate Digital Signal Processing*. Prentice-Hall Signal processing series, 1983.
- [eMW92] R.R. Coifman et M.V. Wickerhauser. Entropy-based algorithms for best basis selection. *IEEE Transaction on Information Theory*, Vol. 38(2), pp. 713-718, Mars 1992, 38(2), March 1992.
- [VK95] Martin Vetterly and Jelena Kovačević. *Wavelets and subbands coding*. Prentice-Hall, 1995.